

Ogólnopolska Konferencja Naukowa
FINANSE – STATYSTYKA – BADANIA EMPIRYCZNE

1. **Dane autora:** Rafał Buła, dr, Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach, Katedra Inwestycji i Nieruchomości.
2. **Tytuł referatu:** Analiza wymiaru fraktalnego spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie SA – aspekty metodyczne.

3. Określenie problemu badawczego:

Problemem badawczym podjętym przez autora jest zagadnienie kształtowania się wymiaru fraktalnego finansowych szeregów czasowych – w analizowanym przypadku logarytmicznych stóp zwrotu z akcji spółek notowanych na giełdach papierów wartościowych. W dotychczasowych badaniach zajmowano się bowiem często problemami metodycznymi związanymi z estymacją w oparciu o dane uzyskane wyłącznie w drodze symulacji stochastycznej Monte Carlo. Analizy empiryczne miały przeważnie charakter studiów przypadku i obejmowały niewielkie liczebnie zbiory spółek. Z tego też względu autor uznał za celowe podjęcie odnośnych badań.

4. Sformułowanie celu badań:

Zasadniczym celem przedsięwziętych przez autora badań jest:

- a) określenie rozkładu wymiaru fraktalnego w populacji spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie SA,
- b) określenie, czy rozkład uzyskiwanych oszacowań wymiaru fraktalnego jest niezależny od obioru metody estymacji (tj. metody segmentowo-wariacyjnej, podziału pola i Higuchi’ego),
- c) określenie, czy odkryta podczas uprzednich rozważań teoretycznych zależność pomiędzy oszacowaniami wymiaru fraktalnego otrzymywanymi wskutek zastosowania metody segmentowo-wariacyjnej oraz Higuchi’ego a za pomocą metody podziału pola występuje w odniesieniu do danych empirycznych,
- d) określenie rozkładu wymiaru fraktalnego w populacjach spółek tworzących indeksy WIG20, mWIG40, sWIG80,
- e) określenie, czy rozkład wymiaru fraktalnego w populacjach spółek tworzących indeksy: WIG20, mWIG40, sWIG80 jest taki sam.

5. Sformułowanie pytań badawczych lub hipotez badawczych:

Uwzględniając określony cel badań autor postawił następujące hipotezy badawcze, poddawane następnie próbom falsyfikacji w oparciu o analizę danych empirycznych:

- a) rozkład wymiaru fraktalnego w populacji spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie SA, jak również w populacjach spółek tworzących indeksy WIG20, mWIG40, sWIG80 jest rozkładem zbliżonym do rozkładu gaussowskiego,
- b) oszacowania uzyskiwane za pomocą metody podziału pola oraz pozostałych różnią się istotnie (zarówno typem rozkładu jak i parametrami),
- c) pomiędzy wymiarem fraktalnym szacowanym za pomocą metody podziału pola a pozostałymi występuje zależność potęgowa,
- d) rozkłady wymiaru fraktalnego w populacjach spółek tworzących indeksy: WIG20, mWIG40, sWIG80 różnią się co najmniej w odniesieniu do wartości średniej.

6. Opis danych i metodologii:

W analizach prowadzonych przez autora wykorzystano ceny akcji notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie SA. Obliczając logarytmiczne stopy zwrotu posilkowano się danymi udostępnionymi przez serwis stooq.pl. Zasadniczą przesłanką przemawiającą za wykorzystaniem owych kwotowań był fakt, że uwzględniają one odpowiednio przeliczone wypłacone pożytki z akcji, a zatem unika się tu skokowych zmian cen wywołanych wyłącznie ich wypłatą.

Analiza miała objąć wszystkie spółki notowane na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie SA w dn. 31 lipca 2016 r. W obliczeniach posilkowano się danymi dziennymi, dlatego też wykorzystano notowania począwszy od dn. 3 października 1994 r. (od kiedy to sesje na warszawskiej giełdzie mają miejsce codziennie).

Tak określona populacja spółek liczy 482 elementy. Spośród nich postanowiono usunąć (przy założeniu, że w roku odbywa się 250 sesji):

- a) spółki, których historia notowań obejmowała mniej niż 1250 obserwacji (tj. mniej niż 5 lat),
- b) spółki, dla których przeciętna liczba notowań w ciągu roku była mniejsza niż 225 (tj. o więcej niż 10% teoretycznej liczby notowań),
- c) spółki, w przypadku których choć jeden odstęp pomiędzy notowaniami był dłuższy niż 21 dni.

W rezultacie posiłkowano się populacją 280 spółek spełniających wspomniane obostrzenia.

Badaniu poddano skumulowane logarytmiczne stopy zwrotu. Wymiar fraktalny przedmiotowych szeregów czasowych oszacowano z wykorzystaniem czterech metod:

- a) metody segmentowo-wariacyjnej,
- b) metody podziału pola,
- c) metody Higuchi'ego,
- d) metody Higuchi'ego z wagami wykładniczymi.

Uzyskane w powyższy sposób oszacowania wymiaru fraktalnego poddano następnie analizie z wykorzystaniem rozmaitych procedur i testów statystycznych mających na celu:

- a) zweryfikowanie hipotez o normalności rozkładu oszacowań wymiaru fraktalnego w badanych populacjach spółek (test zgodności χ^2 , test Jarque-Bera),
- b) zweryfikowanie hipotezy o identyczności rozkładów oszacowań wymiaru fraktalnego uzyskanych za pomocą odmiennych metod estymacji (test Kołmogorowa, klasyczne testy równości średnich i wariancji),
- c) zweryfikowanie hipotezy o liniowej bądź nieliniowej zależności pomiędzy oszacowaniami wymiaru fraktalnego uzyskanymi za pomocą metody podziału pola oraz pozostałych metod (analiza regresji),
- d) zweryfikowanie hipotezy o identyczności rozkładów oszacowań wymiaru fraktalnego w populacjach spółek tworzących indeksy: WIG20, mWIG40, sWIG80.

7. Wyniki:

Przeprowadziwszy wspomniane badania uzyskano następujące rezultaty:

- a) brak jest przesłanek by odrzucić hipotezę o normalności rozkładu wymiaru fraktalnego oszacowanego za pomocą metody segmentowo-wariacyjnej oraz Higuchi'ego, natomiast hipotezę tę należy odrzucić (poziom istotności 5%) dla metody podziału pola,
- b) metoda podziału pola dostarcza zdecydowanie niższych oszacowań wymiaru fraktalnego niż pozostałe metody, a empiryczna wariancja jest istotnie większa,
- c) procedura ważenia wykładniczego w metodzie Higuchi'ego nie skutkuje uzyskiwaniem statystycznie istotnie odmiennych oszacowań wymiaru fraktalnego,
- d) brak jednoznacznych rozstrzygnięć odnośnie hipotezy o równości oszacowań wymiaru fraktalnego uzyskiwanych za pomocą metody segmentowo-wariacyjnej i metody Higuchi'ego (występuje jednak między nimi istotna korelacja),

- e) brak przesłanek by odrzucić hipotezy o potęgowym jak i o liniowym związku pomiędzy oszacowaniami wymiaru fraktalnego uzyskanymi za pomocą metody segmentowo-wariacyjnej i podziału pola. Hipotezę taką należy z kolei odrzucić w przypadku oszacowań otrzymanych za pomocą metody Higuchi'ego,
- f) nie występują istotne przesłanki by odrzucić hipotezę o normalności rozkładów w odniesieniu do spółek tworzących wspomniane indeksy giełdowe. Należy jednocześnie przyjąć, że przeciętny wymiar fraktalny spółek wchodzących w skład indeksu WIG20 jest istotnie większy niż dla indeksów mWIG40 i sWIG80 (dla tych indeksów można uznać, że jest on równy).

8. Wnioski:

Koncentrując się na metodyce estymacji wymiaru fraktalnego należy zauważyć, że w świetle uzyskanych rezultatów metodę segmentowo-wariacyjną oraz Higuchi'ego można uznać za praktycznie równoważne. Ponadto, zaproponowane przez Hasegawę i in. posiłkowanie się wagami wykładniczymi w odniesieniu do metody Higuchi'ego, jakkolwiek uzasadnione w sytuacji występowania istotnych zmian wymiaru fraktalnego, w praktyce okazało się mało przydatne, dostarczając statystycznie nieodróżnialnych oszacowań. Wydaje się konieczne przeprowadzenie dalszych analiz ukierunkowanych wyłącznie na zbadanie przydatności tej modyfikacji.

W odniesieniu do metody podziału pola potwierdzenie znalazły wyniki badań prowadzonych z wykorzystaniem danych uzyskanych w drodze symulacji stochastycznej Monte Carlo. Metoda ta dostarcza oszacowań zaniżonych, cechujących się przy tym znacznie większą dyspersją. Nie udało się jednocześnie odrzucić ani potwierdzić hipotez dotyczących postaci zależności pomiędzy wymiarami szacowanymi za pomocą metody podziału pola i pozostałych. Wydaje się, że potencjalną przyczyną tego stanu rzeczy może być znaczna wrażliwość metody podziału pola w jej obecnym kształcie na sposób obioru wykorzystywanych prostokątów. Kwestia ta wymaga dalszych badań.

Zgodnie z przewidywaniami opartymi na postulowanej zależności pomiędzy wymiarem fraktalnym a ryzykownością akcji oraz długością horyzontu inwestycyjnego spółki tworzące indeks WIG20 cechowały się przeciętnie rzecz biorąc wyższym wymiarem fraktalnym (a zatem niższym poziomem ryzyka długoterminowego) niż wchodzące w skład pozostałych badanych indeksów. Z kolei za praktycznie nieodróżnialne należy uznać populacje spółek tworzących indeksy mWIG40 oraz sWIG80, co skłania do pogłębienia analiz nad tą problematyką.